코로나19 휴원으로 인한 이왕열쌤의 Home Study No.2

부분적분

1) WANG 쌤의 동영상을 본다
2) 강의내용을 복습한다.
3) 본 프린트를 풀고, 채점, 오답한다.
4) 등원 후 제출한다.

1

$\int_{1}^{2} 2x^3 e^{x^2} dx$의 값은?[1)]

① $2e^3$ ② $3e^3$ ③ $2e^4$
④ $3e^4$ ⑤ $4e^4$

2

$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (2 - x\sin x) dx$의 값은?[2)]

① $\pi - 2$ ② $\pi - 1$ ③ π
④ $\pi + 1$ ⑤ $\pi + 2$

3

$\int_{1}^{2} x \ln x \, dx$의 값은?[3)]

① $2\ln 2 - \frac{5}{4}$ ② $2\ln 2 - 1$ ③ $2\ln 2 - \frac{3}{4}$
④ $2\ln 2 - \frac{1}{2}$ ⑤ $2\ln 2 - \frac{1}{4}$

4

$\int_{0}^{\frac{\pi}{6}} x\cos 6x \, dx$ 의 값은?[4)]

① $-\frac{1}{18}$ ② $-\frac{1}{15}$ ③ $-\frac{1}{12}$
④ $-\frac{1}{9}$ ⑤ $-\frac{1}{6}$

5

$\int_{0}^{\pi} x\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) dx$의 값은?[5)]

①-2 ②-1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

6

$\int_{0}^{\pi} e^{x}\cos x\,dx$ 의 값은?6)

① $-e^{\pi}-1$ ② $-\frac{1}{2}(e^{\pi}+1)$ ③ $\frac{1}{2}(e^{\pi}-1)$

④ $\frac{1}{2}(e^{\pi}+1)$ ⑤ $e^{\pi}+1$

7

함수 $f(x)=x^2+1$에 대하여 $\int_{0}^{1} f'(x)f(x)\ln f(x)dx$의 값은?7)

① $2\ln2-\frac{5}{4}$ ② $2\ln2-1$ ③ $2\ln2-\frac{3}{4}$

④ $2\ln2-\frac{1}{2}$ ⑤ $2\ln2-\frac{1}{4}$

8

$\int_{o}^{\pi} e^{x}\sin x\,dx$의 값은?8)

① $e^{\pi}+1$ ② $\frac{e^{\pi}+1}{2}$ ③ $\frac{e^{\pi}-1}{2}$

④ $\frac{e^{\pi}+2}{4}$ ⑤ $\frac{e^{\pi}-2}{4}$

9

$\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} x\sec^2 x\,dx$의 값은?9)

① $\frac{\pi-\ln2}{4}$ ② $\frac{\pi-\ln3}{4}$ ③ $\frac{\pi-\ln4}{4}$

④ $\frac{\pi-\ln5}{4}$ ⑤ $\frac{\pi-\ln6}{4}$

10

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 있다. 그 도함수 $f'(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이고,

$$\int_{0}^{1} xf'(x+1)dx=1$$

을 만족시킨다. $f(2)=2$일 때, $\int_{1}^{2} f(x)dx$의 값은?10)

① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$

④ $\frac{5}{3}$ ⑤ 2

11

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=(x-1)e^2$이고 $f(x)$의 극솟값이 0일 때, $f(2)$의 값은?11)

① $e-1$ ② e ③ $e+1$
④ $2e-1$ ⑤ $2e$

12

양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$와 $f(x)$의 한 부정적분 $F(x)$가 임의의 양의 실수 x에 대하여

$$f(1)=-2,\ F(x)=xf(x)-x^2\ln x$$

를 만족시킬 때, $f(2)$의 값은?12)

① $4\ln2-3$ ② $4\ln2-1$ ③ $4\ln2+1$
④ $4\ln2+3$ ⑤ $4\ln2+5$

13

양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)=\int(\ln x-1)\,dx$
(나) 함수 $f(x)$의 극솟값은 $-e$이다.

방정식 $f(x)=x$의 실근을 α라 할 때, $\ln\alpha^5$의 값을 구하시오.13)

14

미분가능한 함수 $f(x)$가

$$\lim_{h\to0}\frac{f(x+h)-f(x-h)}{h}=2e^{2x}\ln(e^x+1)$$

을 만족시킬 때, $f(\ln3)-f(0)$의 값은?14)

① $4\ln2-6$ ② $6\ln2-4$ ③ $8\ln2-1$
④ $6\ln2+8$ ⑤ $8\ln2+8$

15

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+f(2)$의 값은? (단, a는 상수이다.)15)

(가) $f'(x)=axe^{x-1}$
(나) $\lim_{x\to1}\frac{f(x)-2}{x-1}=3$

① $3e+1$ ② $3e+2$ ③ $3e+3$
④ $3e+4$ ⑤ $3e+5$

16

$\int_1^{\sqrt{\pi+1}}2x^3\cos(x^2-1)dx$의 값은?16)

① -1 ② -2 ③ -3
④ -4 ⑤ -5

17

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)=0$

(나) 0이 아닌 모든 실수 x에 대하여

$\dfrac{xf'(x)-f(x)}{x^2}=xe^x$ 이다.

$f(3)\times f(-3)$ 의 값을 구하시오. 17)

18

함수 $f(x)=\dfrac{4x^2}{1+x^4}$에 대하여 $\displaystyle\int_0^1 f(x)f'(x)e^{f(x)}dx$의 값은?18)

① e^2+1　② e^2+2　③ e^2+3

④ e^2+4　⑤ e^2+5

19

양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

$$f(x)=(\ln x)^2-\ln x,\ \int_1^e f(x)g'(x)dx=7$$

일 때, $\displaystyle\int_1^e f'(x)g(x)dx$의 값은?19)

① -15　② -13　③ -11

④ -9　⑤ -7

20

미분가능한 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음조건을 만족시킬 때, $f(1)$의 값을 구하시오.20)

(가) $f(x)>0$

(나) $f(x)=1+\displaystyle\int_0^x te^t f(t)\,dt$

1) 정답 ④

$x^2=t$ 로 놓으면 $\dfrac{dt}{dx}=2x$ 이고

$x=1$ 일 때 $t=1$, $x=2$ 일 때 $t=4$ 이므로

$$\int_1^2 2x^3 e^{x^2}dx=\int_1^4 te^t\,dt$$

$\int_1^4 te^t\,dt$ 에서 $f(t)=t$, $g'(t)=e^t$ 으로 놓으면

$f'(t)=1$, $g(t)=e^t$ 이므로

$$\int_1^4 te^t\,dt=\left[te^t\right]_1^4-\int_1^4 e^t\,dt$$

$=\left[te^t\right]_1^4-\left[e^t\right]_1^4=(4e^4-e)-(e^4-e)=3e^4$

2) 정답 ②

$\int_0^{\frac{\pi}{2}}(2-x\sin x)dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}2dx-\int_0^{\frac{\pi}{2}}x\sin x dx$ ---- ㉠

$\int_0^{\frac{\pi}{2}}x\sin x dx$에서 $u=x, v'=\sin x$라 하면

$u'=1, v=-\cos x$이므로

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}x\sin x\,dx=[-x\cos x]_0^{\frac{\pi}{2}}+\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x\,dx$$
$$=[\sin x]_0^{\frac{\pi}{2}}$$
$$=1$$

따라서 ㉠에서

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}(2-x\sin x)dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}2dx-\int_0^{\frac{\pi}{2}}x\sin x\,dx$$
$$=[2x]_0^{\frac{\pi}{2}}-1$$
$$=\pi-1$$

3) 정답 ③

$\int_1^2 x\ln x\,dx$에서

$f(x)=\ln x$, $g'(x)=x$ 로 놓으면

$f'(x)=\dfrac{1}{x}$, $g(x)=\dfrac{1}{2}x^2$ 이므로

$$\int_1^2 x\ln x\,dx=\left[\frac{1}{2}x^2\ln x\right]_1^2-\int_1^2\frac{1}{2}x\,dx$$

$=(2\ln 2-0)-\left[\dfrac{1}{4}x^2\right]_1^2=2\ln 2-\left(1-\dfrac{1}{4}\right)=2\ln 2-\dfrac{3}{4}$

4) 정답 ①

$\int_0^{\frac{\pi}{6}}x\cos 6x\,dx$ 에서

$f(x)=x$, $g'(x)=\cos 6x$로 놓으면

$f'(x)=1$, $g(x)=\dfrac{1}{6}\sin 6x$ 이므로

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}}x\cos 6x\,dx=\left[\frac{1}{6}x\sin 6x\right]_0^{\frac{\pi}{6}}-\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{1}{6}\sin 6x\,dx$$

$=0-\left[-\dfrac{1}{36}\cos 6x\right]_0^{\frac{\pi}{6}}=-\left(\dfrac{1}{36}+\dfrac{1}{36}\right)=-\dfrac{1}{18}$

5) 정답 ①

$\int_0^{\pi}x\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)dx$

$=\int_0^{\pi}x\cos x\,dx$

$=[x\sin x]_0^{\pi}-\int_0^{\pi}\sin x\,dx$

$=0-[-\cos x]_0^{\pi}$

$=-2$

6) 정답 ②

$\int_0^{\pi}e^x\cos x\,dx$ 에서

$f(x)=\cos x$, $g'(x)=e^x$ 으로 놓으면

$f'(x)=-\sin x$, $g(x)=e^x$ 이므로

$\int_0^{\pi}e^x\cos x\,dx=\left[e^x\cos x\right]_0^{\pi}+\int_0^{\pi}e^x\sin x\,dx$ …… ㉠

또, $\int_0^{\pi}e^x\sin x\,dx$ 에서

$u(x)=\sin x$, $v'(x)=e^x$ 으로 놓으면

$u'(x)=\cos x$, $v(x)=e^x$ 이므로

$\int_0^{\pi}e^x\sin x\,dx=\left[e^x\sin x\right]_0^{\pi}+\int_0^{\pi}e^x\cos x\,dx$

$=-\int_0^{\pi}e^x\cos x\,dx$ …… ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면

$\int_0^{\pi}e^x\cos x\,dx=\left[e^x\cos x\right]_0^{\pi}-\int_0^{\pi}e^x\cos x\,dx$

이므로 식을 정리하면

$$2\int_0^{\pi} e^x \cos x\, dx = \left[e^x \cos x\right]_0^{\pi}$$ 에서

$$\int_0^{\pi} e^x \cos x\, dx = \frac{1}{2}\left[e^x \cos x\right]_0^{\pi}$$

$$= \frac{1}{2}(-e^{\pi}-1) = -\frac{1}{2}(e^{\pi}+1)$$

7) 정답 ③

$f(x)=t$로 놓으면 $f'(x)=\dfrac{dt}{dx}$이고

$x=0$일 때 $t=1$, $x=1$일 때$t=2$이므로

$$\int_0^1 f'(x)f(x)\ln f(x)dx = \int_1^2 t\ln t dt$$

$u(t)=\ln t$, $v'(t)=t$로 놓으면$u'(t)=\dfrac{1}{t}$, $v(t)=\dfrac{1}{2}t^2$이므로

$$\int_1^2 t\ln t dt = \left[\frac{1}{2}t^2\ln t\right]_1^2 - \int_1^2\left(\frac{1}{2}t^2 \times \frac{1}{t}\right)dt$$

$$= \left[\frac{1}{2}t^2\ln t\right]_1^2 - \left[\frac{1}{4}t^2\right]_1^2 = 2\ln 2 - 0 - 1 + \frac{1}{4} = 2\ln 2 - \frac{3}{4}$$

8) 정답 ②

$$\int_o^{\pi} e^x \sin x\, dx$$ 에서

$f(x)=\sin x$, $g'(x)=e^x$으로 놓으면

$f'(x)=\cos x$, $g(x)=e^x$이므로

$$\int_o^{\pi} e^x \sin x\, dx = \left[e^x \sin x\right]_0^{\pi} - \int_0^{\pi} e^x \cos x\, dx$$

$$= (e^{\pi}\sin\pi - e^0 \sin 0) - \int_0^{\pi} e^x \cos x\, dx$$

$$= -\int_0^{\pi} e^x \cos x\, dx \quad \cdots\cdots ㉠$$

또, $\displaystyle\int_0^{\pi} e^x \cos x\, dx$에서

$u=\cos x, v'=e^x$으로 놓으면

$u'=-\sin x, v=e^x$이므로

$$\int_o^{\pi} e^x \cos x\, dx = \left[e^x \cos x\right]_0^{\pi} + \int_o^{\pi} e^x \sin x\, dx$$

$$= (e^{\pi}\cos\pi - e^0\cos 0) + \int_0^{\pi} e^x \sin x\, dx$$

$$= -(e^{\pi}+1) + \int_0^{\pi} e^x \sin x\, dx \quad \cdots\cdots ㉡$$

㉡을 ㉠에 대입하면

$$\int_0^{\pi} e^x \sin x\, dx = (e^{\pi}+1) - \int_o^{\pi} e^x \sin x\, dx$$

따라서 $\displaystyle\int_0^{\pi} e^x \sin x\, dx = \frac{e^{\pi}+1}{2}$

9) 정답 ③

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} x\sec^2 x dx$$

$$= [x\tan x]_0^{\frac{\pi}{4}} - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\cos x} dx$$

$$= \frac{\pi}{4} - [-\ln|\cos x|]_0^{\frac{\pi}{4}}$$

$$= \frac{\pi}{4} + \ln\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\ln 2$$

$$= \frac{\pi - \ln 4}{4}$$

10) 정답 ②

$x+1=t$로 놓으면 $1=\dfrac{dt}{dx}$이고

$x=0$일 때 $t=1$, $x=1$일 때 $t=2$이므로

$$\int_0^1 xf'(x+1)dx = \int_1^2 (t-1)f'(t)dt$$

$u(t)=t-1$, $v'(t)=f'(t)$로놓으면

$u'(t)=1$, $v(t)=f(t)$이므로

$$\int_0^1 xf'(x+1)dx = \int_1^2 (t-1)f'(t)dt$$

$$= [(t-1)f(t)]_1^2 - \int_1^2 f(t)dt = f(2) - \int_1^2 f(t)dt$$

$$= 2 - \int_1^2 f(t)dt = 1$$

$\displaystyle\int_1^2 f(t)dt = 1$ 따라서 $\displaystyle\int_1^2 f(x)dx = 1$

11) 정답 ②

$f'(x)=(x-1)e^2=0$에서 $x=1$

함수 $f(x)$는 $x=1$에서 극솟값 0을 가지므로 $f(1)=0$이다.

$f(x)=\int(x-1)e^{x}dx=(x-1)e^{x}-\int e^{x}dx$

$=(x-1)e^{x}-e^{x}+C=(x-2)e^{x}+C$ (단, C는 적분상수)

이때 $f(1)=-e+C=0$에서 $C=e$

따라서 $f(x)=(x-2)e^{x}+e$

이므로 $f(2)=0\times e^{2}+e=e$

12) **정답** ①

$F'(x)=f(x)$이므로 $F(x)=xf(x)-x^{2}\ln x$의 양변을 x에 대하여 미분하면 $f(x)=f(x)+xf'(x)-2x\ln x-x^{2}\cdot\frac{1}{x}$

$xf'(x)=2x\ln x+x$, $f'(x)=2\ln x+1$이므로

$f(x)=\int(2\ln x+1)dx$

$u(x)=2\ln x+1$, $v'(x)=1$로 놓으면

$u'(x)=\frac{2}{x}$, $v(x)=x$이므로

$f(x)=\int(2\ln x+1)dx=x(2\ln x+1)-\int\frac{2}{x}\cdot x\,dx$

$=2x\ln x+x-2x+C=2x\ln x-x+C$ (단, C는 적분 상수)

$f(1)=0-1+C=-2$에서 $C=-1$

따라서 $f(x)=2x\ln x-x-1$이므로

$f(2)=4\ln2-2-1=4\ln2-3$

13) **정답** 15

조건 (가)에서 $f'(x)=\ln x-1$이므로

$f'(x)=0$에서 $x=e$

함수 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	(0)	$\cdots$	e	$\cdots$
$f'(x)$		$-$	0	$+$
$f(x)$		↘	극소	↗

따라서 함수 $f(x)$는 $x=e$에서 극솟값을 갖는다.

$f(x)=\int(\ln x-1)\,dx$

$u(x)=\ln x-1$, $v'(x)=1$로 놓으면

$u'(x)=\frac{1}{x}$, $v(x)=x$이므로

$f(x)=\int(\ln x-1)\,dx$

$=x(\ln x-1)-\int\frac{1}{x}\cdot x\,dx$

$=x\ln x-x-x+C$

$=x\ln x-2x+C$ (단, C는 적분상수)

조건 (나)에서

$f(e)=e-2e+C=-e$

이므로 $C=0$

따라서 $f(x)=x\ln x-2x$이므로 방정식 $f(x)=x$, 즉 $x\ln x-2x=x$의 실근은 $x(\ln x-3)=0$에서

$x=0$ 또는 $\ln x=3$

이때 $x>0$이므로 $\ln x=3$, $x=e^{3}$

따라서 $\alpha=e^{3}$이므로 $\ln\alpha^{5}=\ln(e^{3})^{5}=\ln e^{15}=15$

14) **정답** ③

$\lim_{h\to0}\frac{f(x+h)-f(x-h)}{h}=2f'(x)=2e^{2x}\ln(e^{x}+1)$

따라서 $f'(x)=e^{2x}\ln(e^{x}+1)$이므로

$f(x)=\int e^{2x}\ln(e^{x}+1)dx$

$e^{x}+1=t$로 놓으면 $\frac{dt}{dx}=e^{x}$이므로

$f(x)=\int e^{2x}\ln(e^{x}+1)dx$

$=\int e^{x}e^{x}\ln(e^{x}+1)dx=\int(t-1)\ln t\,dt$

$u(t)=\ln t$, $v'(t)=t-1$로 놓으면

$u'(t)=\frac{1}{t}$, $v(t)=\frac{1}{2}t^{2}-t$이므로

$f(x)=\left(\frac{1}{2}t^{2}-t\right)\ln t-\int\left(\frac{1}{2}t-1\right)dt$

$=\left(\frac{1}{2}t^{2}-t\right)\ln t-\frac{1}{4}t^{2}+t+C$

$=\left\{\frac{1}{2}(e^{x}+1)^{2}-(e^{x}+1)\right\}\ln(e^{x}+1)$

$=\frac{1}{4}(e^{x}+1)^{2}+(e^{x}+1)+C$ (단, C는 적분상수)

따라서 $f(\ln3)-f(0)=(8\ln2+C)-(1+C)=8\ln2-1$

15) **정답** ⑤

$\lim_{x\to1}\frac{f(x)-2}{x-1}=3$에서 $x\to1$일 때, (분모)$\to0$이므로 (분자)$\to0$이어야 한다.

즉 $\lim_{x\to1}\{f(x)-2\}=0$이므로

$\lim_{x\to1}f(x)=2$

이때 $f(x)$가 미분가능한 함수이면 $f(x)$는 연속함수이므로

$f(1)=\lim_{x\to1}f(x)=2$

$\lim_{x\to1}\dfrac{f(x)-2}{x-1}=\lim_{x\to1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$

$f'(1)=3$

$f'(x)=axe^{x-1}$에서 $f'(1)=3$이므로 $a=3$

$f'(x)=3xe^{x-1}$에서 $f(x)=\int 3xe^{x-1}dx$

$u(x)=3x,\ v'(x)=e^{x-1}$으로 놓으면

$u'(x)=3,\ v(x)=e^{x-1}$이므로

$f(x)=\int 3xe^{x-1}dx=3xe^{x-1}-\int 3e^{x-1}dx$

$=3xe^{x-1}-3e^{x-1}+C$

그런데 $f(1)=3-3+C=2$이므로 $C=2$

즉, $f(x)=3xe^{x-1}-3e^{x-1}+2$이므로

$f(2)=6e-3e+2=3e+2$ 따라서

$a+f(2)$의 값은 $3+(3e+2)=3e+5$

16) 정답 ②

$x^2-1=t$로 놓으면 $\dfrac{dt}{dx}=2x$이고

$x=1$일 때 $t=0$, $x=\sqrt{\pi+1}$일 때 $t=\pi$이므로

$\int_1^{\sqrt{\pi+1}}2x^3\cos(x^2-1)dx$

$=\int_1^{\sqrt{\pi+1}}2x\times x^2\cos(x^2-1)dx$

$=\int_0^{\pi}(t+1)\cos t\,dt$

$u(t)=t+1,\ v'(t)=\cos t$로 놓으면

$u'(t)=1,\ v(t)=\sin t$이므로

$\int_0^{\pi}(t+1)\cos t\,dt$

$=\Big[(t+1)\sin t\Big]_0^{\pi}-\int_0^{\pi}\sin t\,dt$

$=(\pi+1)\sin\pi-(0+1)\sin0-\Big[-\cos t\Big]_0^{\pi}$

$=-\{-\cos\pi-(-\cos0)\}=-2$

17) 정답 72

[출제의도] 부분적분법을 활용하여 문제해결하기

$\dfrac{xf'(x)-f(x)}{x^2}=\left(\dfrac{f(x)}{x}\right)'=xe^x$

$\dfrac{f(x)}{x}=(x-1)e^x+C$ (C는 적분상수)

$f(1)=0$이므로 $C=0$

$f(x)=x(x-1)e^x$

$f(3)=6e^3$, $f(-3)=12e^{-3}$

따라서 $f(3)\times f(-3)=72$

18) 정답 ①

$f(x)=t$로 놓으면 $\dfrac{dt}{dx}=f'(x)$이고

$x=0$일 때 $t=f(0)=0$, $x=1$일 때 $t=f(1)=2$이므로

$\int_0^1 f(x)f'(x)e^{f(x)}dx=\int_0^2 te^t dt$

$u(t)=t,\ v'(t)=e^t$으로 놓으면

$u'(t)=1,\ v(t)=e^t$이므로

$\int_0^2 te^t dt=\Big[te^t\Big]_0^2-\int_0^2 e^t dt$

$=2e^2-0-\Big[e^t\Big]_0^2=2e^2-(e^2-1)=e^2+1$

19) 정답 ⑤

$\int_1^e f'(x)g(x)dx$

$=\Big[f(x)g(x)\Big]-\int_1^e f(x)g'(x)dx$

$=f(e)g(e)-f(1)g(1)-7$

$=0-0-7$ ($f(e)=0,\ f(1)=0$에 의해)$=-7$

20) 정답 e

조건 (나)에서

$f(x)=1+\int_0^x te^t f(t)\,dt$ ……㉠이므로

㉠의 양변을 x에 대하여 미분하면

$f'(x)=xe^x f(x)$ ……㉡

조건 (가)에서 $f(x)>0$이므로 ㉡의 양변을 $f(x)$로 나누면

$\dfrac{f'(x)}{f(x)}=xe^x$

이때 $\int \frac{f'(x)}{f(x)}\,dx = \int xe^x\,dx$

한편 $\int xe^x\,dx$에서

$u = x,\ v' = e^x$으로 놓으면

$u' = 1,\ v = e^x$이므로

$\int xe^x\,dx = xe^x - \int e^x\,dx$

$= xe^x - e^x + C$ (단, C는 적분상수)

이때 $\int \frac{f'(x)}{f(x)}\,dx = \int xe^x\,dx$에서

$\ln(f(x)) = xe^x - e^x + C$ ……㉢

㉠의 양변에 $x = 0$을 대입하면 $f(0) = 1$

㉢의 양변에 $x = 0$을 대입하면

$\ln f(0) = 0 - 1 + C, 0 = -1 + C\ \ C = 1$

따라서 $\ln f(x) = xe^x - e^x + 1$ ……㉣

㉣의 양변에 $x = 1$을 대입하면

$\ln f(1) = e - e + 1 = 1$

따라서 $f(1) = e$